L3 et 1A EOST
Ondes sismiques
Contrôle continu 9 mars 2018 (sans document)

PARTIE COURS

1) Une onde élastique longitudinale se propage en 1D le long de l'axe x dans un matériau de module d'Young E et de masse volumique ρ.
Montrer que le déplacement des particules $u_x(x,t)$ vérifie l'équation des ondes
$\partial^2 u_x/\partial t^2 = V_L^2 \partial^2 u_x/\partial x^2$ où V_L est la vitesse de propagation de l'onde à déterminer en fonction de E et ρ. (Rappel : écrire la déformation ε_{xx}, la contrainte σ_{xx} puis l'équation d'équilibre d'un tronçon de longueur dx et section dS en l'absence de force de volume).

2) Soit $\varphi(x,y,z,t)$ le potentiel du déplacement des particules $\mathbf{u}(x,y,z,t)$ d'une onde élastique longitudinale se propageant en 3D et vérifiant l'équation des ondes $\partial^2\varphi/\partial t^2 = V_P^2 \Delta\varphi$ où Δ est le laplacien.
a) Ecrire l'expression du vecteur **u** en fonction de φ.
b) Ecrire V_P en fonction des coefficients de Lamé λ et μ et de la masse volumique ρ (il n'est pas demandé d'établir l'équation des ondes).

3) Une onde plane longitudinale se propage à la vitesse V_P dans la direction **e** (**e** est le vecteur unitaire de composante $e_x = \cos\alpha$, $e_y = \cos\beta$, $e_z = \cos\gamma$).
a) Ecrire l'expression du potentiel du déplacement $\varphi(x,y,z,t)$.
b) Vérifier que le déplacement des particules $\mathbf{u}(x,y,z,t)$ est colinéaire à **e**.

4) Une onde plane longitudinale se propage à la vitesse V_P dans la direction **e** (**e** est le vecteur unitaire de composante $e_x = \cos\alpha$, $e_y = \cos\beta$, $e_z = \cos\gamma$).
Ecrire l'expression de la vitesse apparente de propagation V_{ax} le long de l'axe x.

5) Soit un milieu comportant une couche de vitesse V_1 et d'épaisseur d sur un demi-espace de vitesse $V_2 > V_1$. La source et les récepteurs sont placés à la surface de la couche. La distance source-récepteur est X.
a) Montrer que le temps de propagation de l'onde conique est donné par
$T(X) = X/V_2 + 2d\cos\theta_c/V_1$ où θ_c est l'angle d'incidence critique par rapport à la verticale.
b) Préciser à partir de quelle distance X_c cette onde est observée.
c) Déterminer à partir de quelle distance X_1 elle arrive avant l'onde directe (X_1 est la distance à laquelle le temps d'arrivée de l'onde directe est égal à celui de l'onde conique).

6) Soit un milieu où la vitesse augmente linéairement avec la profondeur selon
$V(z) = V_0 + az$. Les rayons sismiques issus d'une source ponctuelle placée en x = 0 et z = 0 sont des arcs de cercle centrés en $z = - V_0/a$.
a) Déterminer l'abscisse x_0 du centre de l'arc de cercle correspondant au rayon issu de la source avec un angle d'incidence θ_0 par rapport à la verticale.
b) Déterminer la valeur z_m de la profondeur maximum atteinte par ce rayon en fonction de V_0, a et θ_0.
c) Donner la valeur de la pente de l'hodochrone T(X) à la distance X_0 où ce rayon émerge en surface en fonction du paramètre p de ce rayon (aucun calcul nécessaire).