1A EOST
Ondes sismiques
Contrôle continu 12 mars 2019 (sans document)

PARTIE COURS

1) Une onde élastique transverse se propage en 1D le long de l'axe x dans un matériau homogène de module élastique de cisaillement μ et de masse volumique ρ.
Montrer que le déplacement des particules $u_y(x,t)$ vérifie l'équation des ondes
$\partial^2 u_y/\partial t^2 = V_S^2 \partial^2 u_y/\partial x^2$ où V_S est la vitesse de propagation de l'onde à déterminer en fonction de μ et ρ. (Rappel : écrire la déformation ε_{xy}, la contrainte σ_{xy} puis l'équation d'équilibre d'un tronçon de longueur dx et section dS sous l'effet d'un gradient de contrainte en l'absence de force de volume).

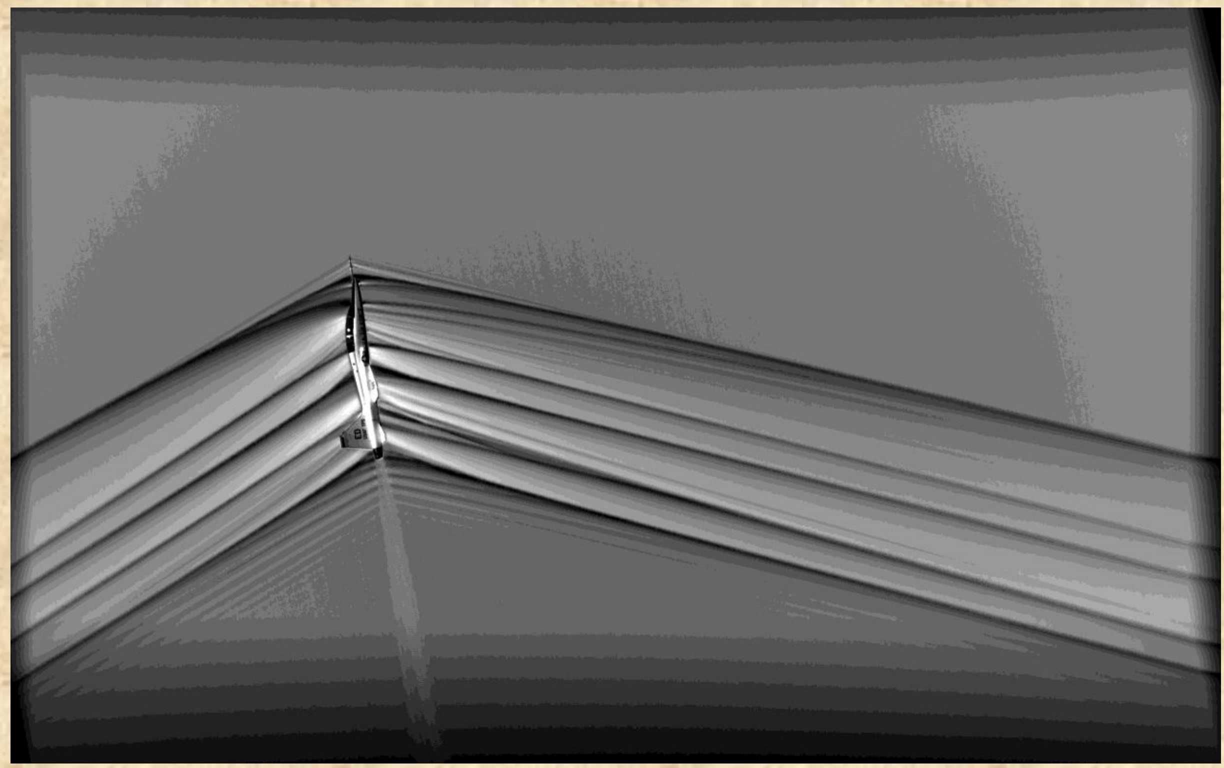
2) Pour une onde élastique transverse se propageant en 3D dans un matériau homogène de module élastique de cisaillement μ et de masse volumique ρ avec une polarisation de type SH, écrire (sans démonstration) l'équation des ondes pour le déplacement des particules $u_y(x,z,t)$.

3) Pour une onde élastique transverse se propageant en 3D dans un matériau homogène de module élastique de cisaillement μ et de masse volumique ρ avec une polarisation de type SV, écrire (sans démonstration) l'équation des ondes pour le potentiel $\psi_y(x,z,t)$ du déplacement des particules.

4) Pour une onde élastique transverse plane de type SV se propageant dans la direction **e** (**e** est le vecteur unitaire de composante $e_x = \cos\alpha$, $e_y = 0$, $e_z = \cos\gamma$), le potentiel $\psi_y(x,z,t)$ du déplacement des particules s'écrit $\psi_y((x\cos\alpha + z\cos\gamma) / V_S - t)$.
a) Ecrire $u_x(x,z,t)$ et $u_z(x,z,t)$ en fonction de e_x , e_z , V_S et ψ_y' où ψ_y' est la dérivée de ψ_y (Rappel : $\mathbf{u}(x,z,t) = \mathbf{rot}(\psi_y(x,z,t))$)
b) Montrer que le déplacement des particules $\mathbf{u}(x,z,t)$ est orthogonal à **e** (produit scalaire **u.e** égal à zéro).
c) Pour des récepteurs placés le long de l'axe x en z = 0, donner l'expression de la vitesse apparente V_{ax} en fonction de α et V_S.

5) Soit un milieu comportant deux couches horizontales 1 et 2 sur un demi-espace 3. Les vitesses de propagation sont constantes dans chaque couche avec $V_1 < V_2 < V_3$. Les épaisseurs des couches sont d_1 et d_2. La source et les récepteurs sont placés à la surface de la couche 1. La distance horizontale source-récepteur est X. Les angles d'incidence θ sont mesurés par rapport à la verticale.
a) Donner l'expression des angles critiques θ_{1c} (interface1/2) et θ_{2c} (interface 2/3).
b) Montrer que le temps de trajet de l'onde conique qui prend naissance à l'interface1/2 est $T(X) = X/V_2+2d_1\cos\theta_{1c}/V_1$
c) Montrer que le temps de trajet de l'onde conique qui prend naissance à l'interface 2/3 est $T(X) = X/V_3+2d_1\cos \theta_1/V_1+2d_2\cos\theta_{2c}/V_2$. Donner la relation entre θ_1 et θ_{2c} dans cette équation.

6) Soit un milieu où la vitesse augmente linéairement avec la profondeur $V(z) = V_0+az$. Un rayon sismique de paramètre p issu d'une source ponctuelle placé en z = 0 est un arc de cercle centré à la hauteur $z_a = -V_0/a$ et de rayon $R = 1/ap$. Le rayon atteint la profondeur maximum Z_m à la distance horizontale X_m de la source.
a) Donner la relation entre p et $V(Z_m)$
b) En remarquant que $z_a+Z_m = R$, exprimer Z_m en fonction de V_0, $V(Z_m)$ et a.
c) En remarquant que $X_m = R\cos\theta_0$ où θ_0 est l'angle d'incidence du rayon en z = 0, exprimer X_m en fonction de V_0, $V(Z_m)$ et a.
d) En tout point du rayon, la vitesse apparente horizontale V_{ax} est constante. Déterminer V_{ax}.



7) Cette image de la NASA montre les fronts d’onde coniques dans l’air générés par le vol supersonique d’un avion.

a) Sachant que la vitesse du son dans l’air est V_1 = 330 m/s, déterminer la vitesse V_2 de l’avion à partir de l’angle entre la trajectoire de l’avion et les fronts d’ondes.

b) Qu’est ce qui joue le rôle de l’avion dans la création d’une onde conique sur une interface entre deux milieux de vitesse V_1 et V_2 ?