

**EOST - UDS**  
**1<sup>ère</sup> année EOST et L3 Sciences de la Terre**  
**Ondes sismiques - Examen du 9 mai 2011 9h-12h**  
**Sans document**  
**Partie cours**

I)

Le coefficient de réflexion calculé pour le déplacement des particules  $u_y(x,z,t)$  d'une onde plane SH incidente sur une interface plane horizontale entre deux demi-espaces élastiques de masse volumique  $\rho_1$  et  $\rho_2$  et vitesses de propagation  $V_{S1}$  et  $V_{S2}$  s'écrit  $R = (I_1 - I_2)/(I_1 + I_2)$  avec  $I_1 = \rho_1 V_{S1} \cos \eta_1$ ,  $I_2 = \rho_2 V_{S2} \cos \eta_2$ ,  $\eta_1$  étant l'angle d'incidence par rapport à la verticale des ondes incidentes et réfléchies dans le milieu 1,  $\eta_2$  celui de l'onde transmise dans le milieu 2. On suppose que l'interface est le plan  $z = 0$  et que le milieu 1 correspond à  $z < 0$ .

Des valeurs typiques de vitesses et masses volumiques à faible profondeur ( $z < 100\text{m}$ ) sont  $\rho_1 = 1600 \text{ kg/m}^3$ ,  $\rho_2 = 1800 \text{ kg/m}^3$ ,  $V_{S1} = 250 \text{ m/s}$ ,  $V_{S2} = 500 \text{ m/s}$ .

- 1) Calculer R avec ces valeurs pour  $\eta_1 = 0^\circ$  et  $\eta_1 = 25^\circ$ .
- 2) Calculer la valeur d'angle critique  $\eta_c$  dans le milieu 1.
- 3) Ecrire l'expression de R en fonction du paramètre p des ondes pour les valeurs de p dans l'intervalle  $[0, 1/V_{S2}]$ .
- 4) Ecrire le déplacement des particules résultant de la somme des déplacements des ondes incidente et réfléchie dans le milieu 1 pour des ondes planes harmoniques de pulsation  $\omega$ .
- 5) Donner l'expression de R en fonction du paramètre p des ondes pour les valeurs de p dans l'intervalle  $[1/V_{S2}, 1/V_{S1}]$ .
- 6) Montrer que dans ce cas R peut s'écrire  $R = e^{i\chi(p)}$  et donner l'expression de  $\chi(p)$ .
- 7) Calculer  $\chi(p)$  pour les valeurs de paramètre correspondant à  $\eta_1 = 40^\circ$  et  $\eta_1 = 60^\circ$ .
- 8) Montrer que le déplacement des particules dans le milieu 1 pour des ondes planes harmoniques de pulsation  $\omega$  correspond alors à une onde stationnaire le long de l'axe z.
- 9) Déterminer la relation donnant  $\omega(p)$  pour une valeur  $z = -h$  de la position du premier ventre de déplacement au dessus de l'interface.
- 10) Expliquer pourquoi la relation précédente donne la relation de dispersion du mode fondamental de l'onde de Love guidée dans une couche d'épaisseur h ayant les propriétés du milieu 1 au dessus d'un demi-espace ayant les propriétés du milieu 2.
- 11) A quelles vitesses de phase de l'onde de Love correspondent les angles  $\eta_1 = 40^\circ$  et  $\eta_1 = 60^\circ$  ?
- 12) Déterminer la fréquence de l'onde de Love se propageant dans une couche d'épaisseur  $h = 2\text{m}$  à la vitesse de phase correspondant à  $\eta_1 = 40^\circ$ , puis à  $\eta_1 = 60^\circ$ .

TSVP

II)

Pour une onde harmonique P de paramètre  $p$  se propageant dans un milieu homogène élastique ( $\rho$ ,  $V_P$ ,  $V_S$ ) ayant un potentiel de déplacement des particules  $\varphi(x,z,t)$ , les contraintes exercées sur une surface horizontale s'écrivent :

$$\sigma_{zz}^P = \lambda \Delta \varphi + 2\mu \partial^2 \varphi / \partial z^2 = -\rho \omega^2 (1 - 2p^2 V_S^2) \varphi$$

$$\sigma_{zx}^P = 2\mu \partial^2 \varphi / \partial z \partial x = -2\rho V_S^2 \omega p k_z^P \varphi$$

Pour une onde harmonique SV de paramètre  $p$  ayant un potentiel de déplacement des particules  $\psi_y(x,z,t)$ , on a :

$$\sigma_{zz}^S = 2\mu \partial^2 \psi_y / \partial z \partial x = -2\rho V_S^2 \omega p k_z^S \psi_y$$

$$\sigma_{zx}^S = \mu (-\partial^2 \psi_y / \partial z^2 + \partial^2 \psi_y / \partial x^2) = \rho \omega^2 (1 - 2p^2 V_S^2) \psi_y$$

On considère deux ondes harmoniques P et SV de même paramètre  $p$ , se propageant le long de  $x$  et évanescentes le long de l'axe  $z$ .

- 1) Ecrire les deux équations que doivent satisfaire les contraintes  $\sigma_{zz}$  et  $\sigma_{zx}$  à la surface libre  $z = 0$  d'un demi-espace homogène.
- 2) En déduire l'équation permettant de calculer la vitesse de propagation  $V_R$  d'une onde de Rayleigh guidée par la surface libre d'une demi-espace élastique.
- 3) Montrer qu'il existe un déphasage de  $\pi/2$  entre les composantes  $u_x$  et  $u_z$  du déplacement des particules de l'onde de Rayleigh en  $z = 0$ .