

**EOST - UDS**  
**1<sup>ère</sup> année EOST et L3 Sciences de la Terre**  
**Ondes sismiques - Examen du 9 mai 2012 14h-17h**  
**Sans document**  
**Partie cours**

I) Calcul du coefficient de réflexion d'une onde SH plane harmonique sur une interface plane (plan  $z = 0$ ) entre deux demi-espaces élastiques 1 ( $z < 0$ ) et 2 ( $z > 0$ ) de masses volumiques  $\rho_1$  et  $\rho_2$  et vitesses de propagation  $V_{S1}$  et  $V_{S2}$

Soit une onde plane SH harmonique se propageant dans le plan  $(x,z)$  dans le milieu 1 selon l'angle d'incidence par rapport à la verticale  $\eta_1$ . Le déplacement des particules pour une onde d'amplitude 1 est :  $u_y(x,z,t) = \exp(i(k_x x + k_z z - \omega t))$

- 1) Exprimer  $k_x$  et  $k_z$  en fonction de  $\omega$ ,  $\eta_1$  et  $V_{S1}$ .
  - 2) Ecrire le déplacement des particules de l'onde réfléchie d'amplitude  $R$  en spécifiant les valeurs de  $k_x$  et  $k_z$
  - 3) Ecrire le déplacement des particules de l'onde transmise d'amplitude  $T$  en spécifiant les valeurs de  $k_x$  et  $k_z$
  - 4) Déterminer la relation entre  $R$  et  $T$  résultant de la condition de continuité du déplacement sur l'interface  $z = 0$
  - 5) Déterminer la relation entre  $R$  et  $T$  résultant de la condition de continuité de la contrainte  $\sigma_{yz}$  sur l'interface  $z = 0$
  - 6) Pourquoi la contrainte  $\sigma_{yx}$  n'intervient-elle pas dans le calcul ?
  - 7) Montrer que  $R = (I_1 - I_2) / (I_1 + I_2)$ . Exprimer  $I$  en fonction de  $\rho$ ,  $V_S$  et  $\eta$
  - 8) Calculer  $R$  pour  $\eta = 0$  pour des valeurs numériques de  $\rho$  et  $V_S$  correspondant à un milieu sédimentaire sur un milieu granitique.
- II) Réflexion totale et onde évanescente dans le cas où  $V_{S2} > V_{S1}$  et que  $\eta_1 > \eta_c$
- 9) Donner l'expression de l'incidence critique  $\eta_c$
  - 10) Exprimer  $R$  en fonction de  $\rho_1$ ,  $\rho_2$ ,  $V_{S1}$  et  $V_{S2}$  et du paramètre  $p$  des ondes
  - 11) Montrer que l'amplitude de l'onde évanescente dans le milieu 2 a une décroissance exponentielle de l'amplitude avec la distance à l'interface :  $\exp(-z/z_2)$  et exprimer  $z_2$  en fonction de  $\omega$ ,  $p$  et  $V_{S2}$ .
  - 12) Montrer que  $R = \exp(i\chi(p))$  et donner l'expression de  $\chi(p)$  en fonction de  $p$ ,  $\rho_1$ ,  $\rho_2$ ,  $V_{S1}$  et  $V_{S2}$

III) Onde de Love guidée dans une couche de vitesse  $V_{S1}$  d'épaisseur  $H$  sur un demi-espace de vitesse  $V_{S2} > V_{S1}$

13) Donner la valeur du coefficient de réflexion des ondes SH sur la surface libre de la couche

14) Ecrire la condition d'interférence constructive pour les ondes SH réfléchies totalement sur la surface libre et sur l'interface (somme des déphasages dus à la propagation verticale aller-retour dans la couche et à la réflexion sur l'interface =  $2n\pi$ )

15) En déduire la relation de dispersion  $\omega(p)$  pour l'onde de Love guidée dans la couche.

16) Entre quelles valeurs la vitesse de phase  $V_L$  de l'onde de Love varie-t-elle en fonction de la fréquence ?

IV) Ondes planes harmoniques SH en milieu stratifié

17) Etablir la relation entre les ondes montantes  $M_i$  et descendantes  $D_i$  à la base d'une couche  $i$  d'épaisseur  $h_i$  et celles  $M_{i+1}$  et  $D_{i+1}$  à la base de la couche susjacente  $i+1$ . Le coefficient de réflexion à la base de la couche  $i$  est  $R_i$ .

V) Onde de Love en milieu stratifié

18) Dans le cas où la stratification comporte une seule couche d'épaisseur  $h_1$  et vitesse  $V_{S1}$  sur un demi-espace de vitesse  $V_{S0} > V_{S1}$ , montrer que l'on retrouve la relation 14) en écrivant les relations entre  $M_1$  et  $D_1$  avec les valeurs de coefficient de réflexion appropriées.

19) Si la stratification comporte deux couches d'épaisseurs  $h_1$  et  $h_2$  et vitesses  $V_{S1}$  et  $V_{S2}$  sur un demi-espace de vitesse  $V_{S0} > V_{S1}$ , utiliser la relation 17, la relation entre  $M_1$  et  $D_1$  due à la réflexion totale sur l'interface avec le demi-espace et la relation entre  $M_2$  et  $D_2$  due à la surface libre pour montrer que le déterminant de la matrice reliant  $M_2$  et  $D_2$  à  $M_1$  et  $D_1$  doit être nul. On obtient ainsi la relation de dispersion de l'onde de Love guidée dans les couches 1 et 2.