L3 STUE UDS et 1A EOST
Ondes sismiques
Contrôle final 10 mai 2017 14h – 16h (sans document)

PARTIE COURS

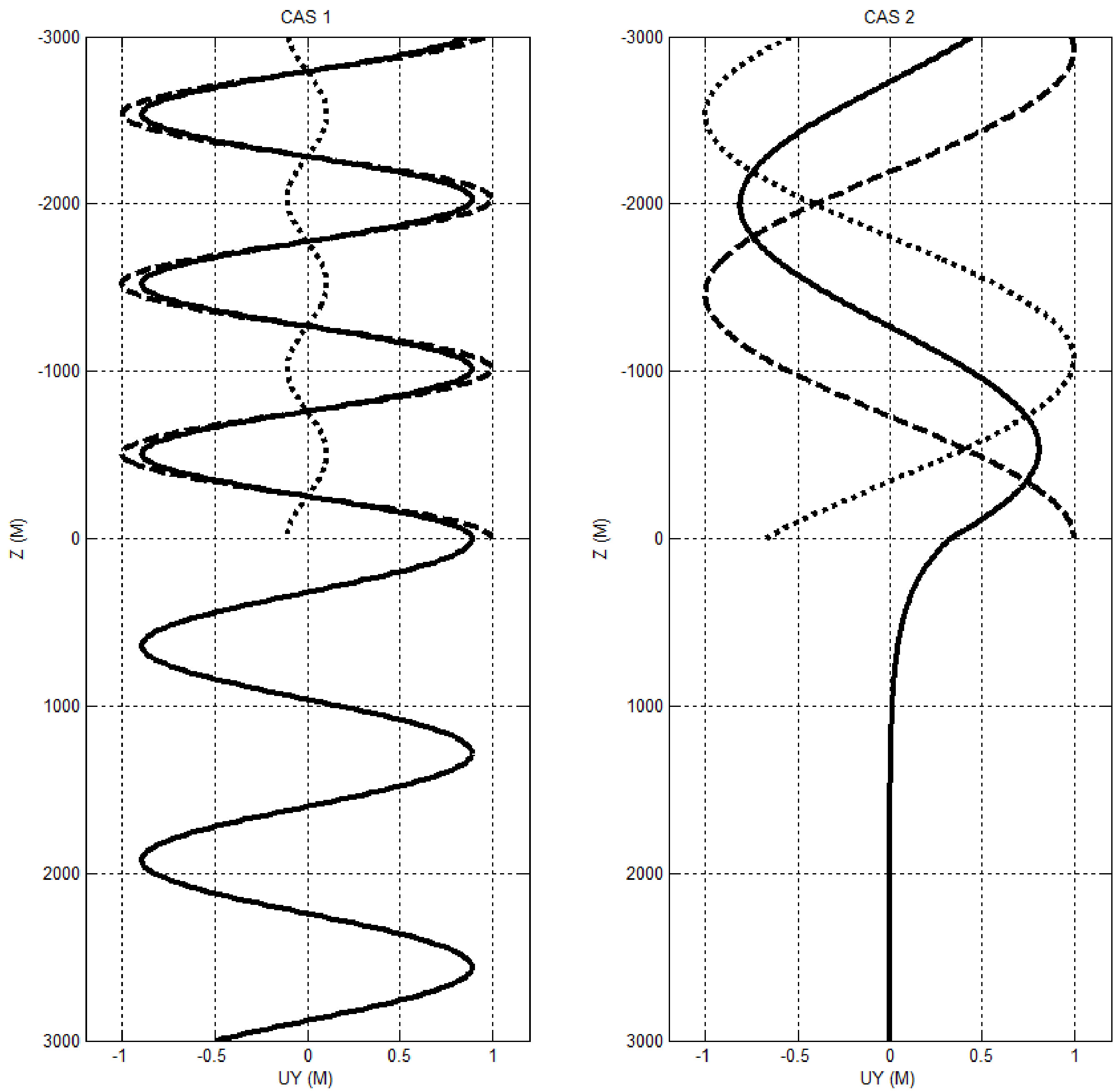
On considère un milieu constitué de deux demi-espaces élastiques de vitesses de propagation pour les ondes de cisaillement V_{S1} et V_{S2}. L'interface entre les deux milieux est le plan z = 0.
On s'intéresse à la réflexion et à la transmission d'ondes planes SH harmoniques se propageant dans le plan (x,z). L'angle d'incidence par rapport à la verticale (angle entre la direction de propagation et l'axe z) est η_1 dans le milieu de vitesse V_{S1} (z<0), η_2 dans le milieu de vitesse V_{S2} (z>0).
La figure montre les déplacements des particules $u_y(x = 0, z, t = 0)$ pour l'onde SH incidente (- - -), l'onde SH réfléchie (. . .) et les ondes incidente+réfléchie et transmise en trait plein. L'amplitude maximum de u_y pour l'onde incidente vaut 1. Les deux colonnes (cas 1 et 2) correspondent à des valeurs d'angles d'incidence η_1 différents.
Dans les deux cas, la vitesse V_{S1} = 1000 m/s et la fréquence des ondes est f_0 = 1 Hz.

CAS 1
1) Donner l'expression de la longueur d'onde apparente verticale de l'onde plane harmonique incidente en fonction de f_0, V_{S1}, η_1 (rappel $\lambda_{az1} = 2\pi/k_{z1}$).
2) Sur la figure, on mesure λ_{az1} = 1015 m. En déduire la valeur de l'angle d'incidence η_1.
3) Calculer la valeur du paramètre p des ondes.
4) Donner l'expression de la longueur d'onde apparente verticale de l'onde plane harmonique transmise en fonction de f_0, V_{S2}, et η_2, puis en fonction de f_0, V_{S2}, et p.
5) Sur la figure, on mesure λ_{az2} = 1280 m. En déduire V_{S2}.
6) L'amplitude maximum du déplacement des particules de l'onde réfléchie vaut 0.107. Montrer qu'il n'y a pas de changement de densité au passage de l'interface.
7) Déterminer le signe du coefficient de réflexion à partir des phases respectives des ondes incidentes et réfléchies sur la figure. Montrer qu'il est en accord avec les valeurs de vitesses obtenues précédemment.
8) Comment constatez-vous sur la figure que la condition aux limites sur u_y est vérifiée à l'interface.
9) Quelle autre condition aux limites intervient pour le calcul du coefficient de réflexion ?

CAS 2 (V_{S1} , V_{S2} et f_0 sont inchangés, seule la valeur de l'angle d'incidence η_1 diffère du cas 1)
10) Sur la figure, on mesure λ_{az1} = 2924 m/s. En déduire la valeur de l'angle d'incidence η_1.
11) Calculer la valeur du paramètre p des ondes.
12) Exprimer k_{z2} en fonction de f_0, V_{S2}, et p.
13) Le rapport entre les amplitudes du déplacement des particules de l'onde évanescente en z = 1000 m et z = 0 m vaut 0.045. Vérifier que ce rapport est conforme à la valeur de k_{z2} précédente.
14) Sur la figure, on mesure un décalage vertical de 1080 m entre la position du maximum du déplacement des particules de l'onde réfléchie par rapport à celui de l'onde incidente. A quelle valeur χ de déphasage en degré ce décalage correspond-il relativement à λ_{az1} ? (un décalage d'une longueur d'onde apparent verticale correspond à 360°).
15) Exprimer le coefficient de réflexion R en fonction de χ (χ est négatif)
16) Donner l'expression de l'onde stationnaire résultant de la somme des ondes incidente et réfléchie dans le milieu de vitesse V_{S1}.

On considère maintenant l'onde de Love guidée dans une couche de vitesse V_{S1} et d'épaisseur d sur le demi-espace de vitesse V_{S2}.
17) En utilisant la figure, déterminer d pour le mode fondamental à la fréquence f0 et la vitesse de phase $V_L = 1/p$ où p a la valeur de la figure.
Rappel : sur la surface libre de la couche, l'onde de Love présente un ventre de déplacement.

18) De même, déterminer d pour le premier harmonique à la fréquence f0 et la vitesse de phase $V_L = 1/p$ où p a la valeur de la figure.
19) Dans ce cas, à quelle hauteur au dessus de l'interface se situe le nœud de vibration dans la couche ?



1) $\lambda_{az1} = \lambda/\cos\eta_1 = V_{S1}/ f_0 \cos\eta_1$
2) $\eta 1 = 10°$
3) $p = \sin\eta_1/ V_{S1} = .17\ 10^{-3}$ s/m
4) $\lambda_{az2} = V_{S2}/ f_0 \cos\eta_2 = V_{S2}/ f_0(1-p^2V_{S2}{}^2)^{½}$
5) $V_{S2} = 1250$ m/s
6) si $\rho_1 = \rho_2$, $R = (V_{S1} \cos\eta_1- V_{S2} \cos\eta_2)/ (V_{S1} \cos\eta_2+ V_{S2} \cos\eta_2) = -.107$
7) R<0 puisque ondes incidente et réfléchie en opposition de phase
8) $(u_y{}^I + u_y{}^R)(z=0) = u_y{}^T(z=0) = .89$
9) $(\sigma_{zy}{}^I + \sigma_{zy}{}^R)(z=0) = \sigma_{zy}{}^T(z=0)$

10) $\eta_1 = 70°$
11) $p = .94\ 10^{-3}$ s/m
12) $k_{z2} = 2i\pi\ f_0\ (p^2V_{S2}{}^2-1)^{½}/ V_{S2}$
13) $\exp(ik_{z2}z) = \exp(-3.1) = 0.045$
14) $\chi = 1080/2924 \times 360° = 133°$
15) $R = \exp(-i\chi) = -68-.73i$
16) $(\exp(ik_{z1}z) + \exp(i(-k_{z1}z+\chi))) \exp(i(k_xx-\omega t)) =$
$\exp(i\chi/2) (\exp(i(k_{z1}z-\chi/2)) + \exp(-i(k_{z1}z-\chi/2))) \exp(i(k_xx-\omega t)) =$
$\exp(i\chi/2)\ 2\cos(k_{z1}z-\chi/2)\ \exp(i(k_xx-\omega t))$
où $k_{z1} = 2\pi\ f_0\ (1-p^2V_{S1}{}^2)^{½}/ V_{S1}$

17) d = 539 m
18) d = 2000 m
19) h = 1250 m