

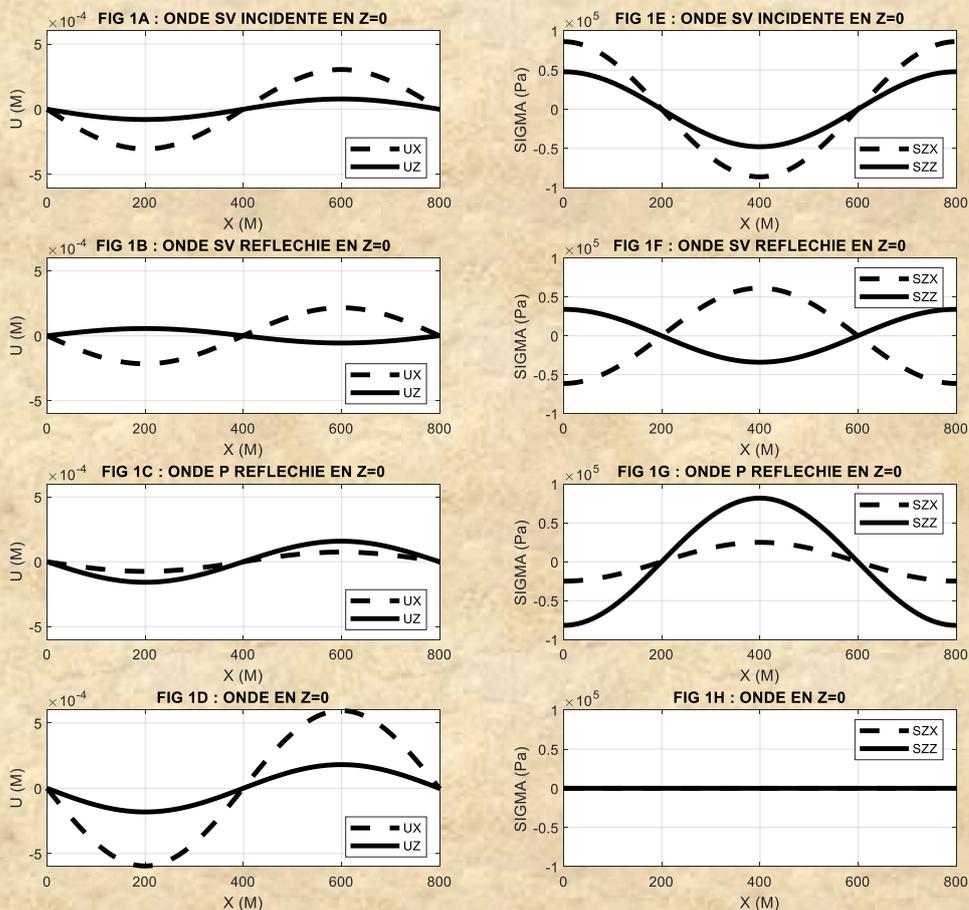
L3 STUE UDS et 1A EOST
Ondes sismiques
Contrôle final 11 mai 2018 10h – 12h (sans document)

PARTIE COURS

Soit un demi-espace élastique ($x, z \geq 0$). La surface $z = 0$ est libre.
 La vitesse de propagation des ondes P est $V_P = 3400$ m/s, celle des ondes S est $V_S = 2000$ m/s.
 La masse volumique est 2500 kg/m³.

On s'intéresse à la réflexion d'une onde SV harmonique de fréquence f par la surface libre $z = 0$.
 L'angle d'incidence (angle entre le rayon et la verticale) est η .
 Le potentiel du déplacement des particules de l'onde SV incidente est
 $\psi_y(x,z,t) = \Psi \exp(ik_z z) \exp(i(k_x x - \omega t))$ où $k_z = -\omega \cos \eta / V_S$ et $\omega = 2\pi f$
 Les composantes du déplacement des particules sont $u_x = -\partial \psi_y / \partial z$, $u_z = \partial \psi_y / \partial x$.

- I) La figure 1 montre :
- les composantes du déplacement des particules u_x et u_z (colonne gauche)
 - les contraintes σ_{xz} et σ_{zz} (colonne droite)
 - calculées sur la surface libre $z = 0$ au temps $t = 0$ pour les ondes :
 - SV incidente (Fig 1A et 1E sur la 1^{ère} ligne)
 - SV réfléchie (Fig 1B et 1F sur la 2^{ème} ligne)
 - P réfléchie (Fig 1C et 1G sur la 3^{ème} ligne)
 - et pour la somme des trois ondes (Fig 1D et 1H sur la 4^{ème} ligne)



1) Quelle est la figure (entre 1A et 1H) qui montre que le calcul des coefficients de réflexion à la surface libre est juste ? Pourquoi ?

2) La longueur d'onde apparente horizontale des ondes SV est $\lambda_{ax} = 800$ m. En déduire la valeur de l'angle d'incidence η sachant que la fréquence $f = 10$ Hz.

Rappel : $\lambda_{ax} = 2\pi/k_x$

3) Comment voit-on sans calcul sur la figure 1C que la loi de Snell-Descartes est correctement appliquée pour l'onde P réfléchi ?

4) Les valeurs maximales de u_x et u_z pour l'onde SV incidente (Fig. 1A) sont :

$U_x = 3.0 \cdot 10^{-4}$ m , $U_z = 0.78 \cdot 10^{-4}$ m.

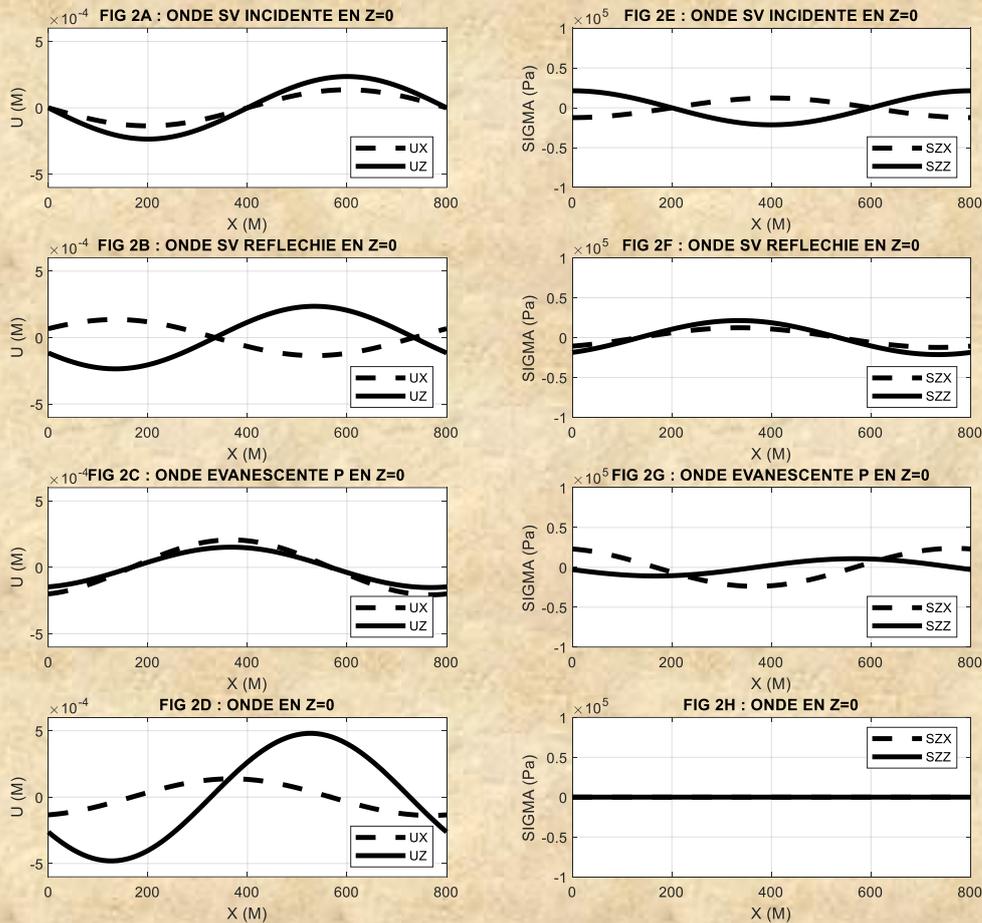
Calculer U_x et U_z à partir de ψ_y et vérifier que le rapport U_z / U_x correspond à la valeur de η du 2) .

5) On observe sur les figures 1A et 1B que u_z incident et réfléchi SV sont de signe opposé.

Déterminer le signe du coefficient de réflexion R_ψ pour le potentiel de l'onde SV réfléchi (écrire l'expression de u_z pour les ondes incidente et réfléchi).

Pourquoi u_x incident et réfléchi sont-ils de même signe ?

II) La figure 2 correspond à un angle d'incidence $\eta = 60^\circ$ pour l'onde SV incidente sur la surface libre. L'onde P est évanescente. Pour que la longueur d'onde apparente horizontale reste égale à 800 m, la fréquence est $f = 2.9$ Hz.



6) Calculer la valeur de l'angle d'incidence critique η_c pour les ondes SV et vérifier que l'on est bien dans le cas où l'onde P est évanescente.

7) Donner l'expression de k_z pour l'onde P évanescente en fonction du paramètre $p = \sin\eta/V_S$, V_P et ω

8) Les coefficients de réflexion dans ce cas deviennent des nombres complexes :

$R_\psi \exp(i\chi_\psi)$ pour le potentiel de l'onde SV réfléchi,

$R_\phi \exp(i\chi_\phi)$ pour le potentiel de l'onde P évanescente.

Déterminer χ_ψ à partir du déphasage observé entre les ondes SV incidente et réfléchi (fig. 2A et 2B)

Déterminer χ_ϕ à partir du déphasage observé entre l'onde SV incidente et l'onde P évanescente (fig. 2A et 2C)

Rappel : un décalage d'une fraction de longueur d'onde λ/n correspond à un déphasage $2\pi/n$

III) La figure 3 correspond au cas de l'onde de Rayleigh à la surface libre du demi-espace. Pour que la longueur d'onde reste égale à 800 m, la fréquence est $f = 2.29$ Hz.

9) Décrire comment on obtient la valeur de la vitesse de propagation V_R de l'onde de Rayleigh et le rapport Φ/Ψ des amplitudes des ondes SV et P évanescentes qui la produit.
Précision : l'écriture des équations n'est pas demandée.

10) Quelle est la figure (entre 3A et 3H) qui montre que le calcul de V_R , Φ et Ψ est exact.

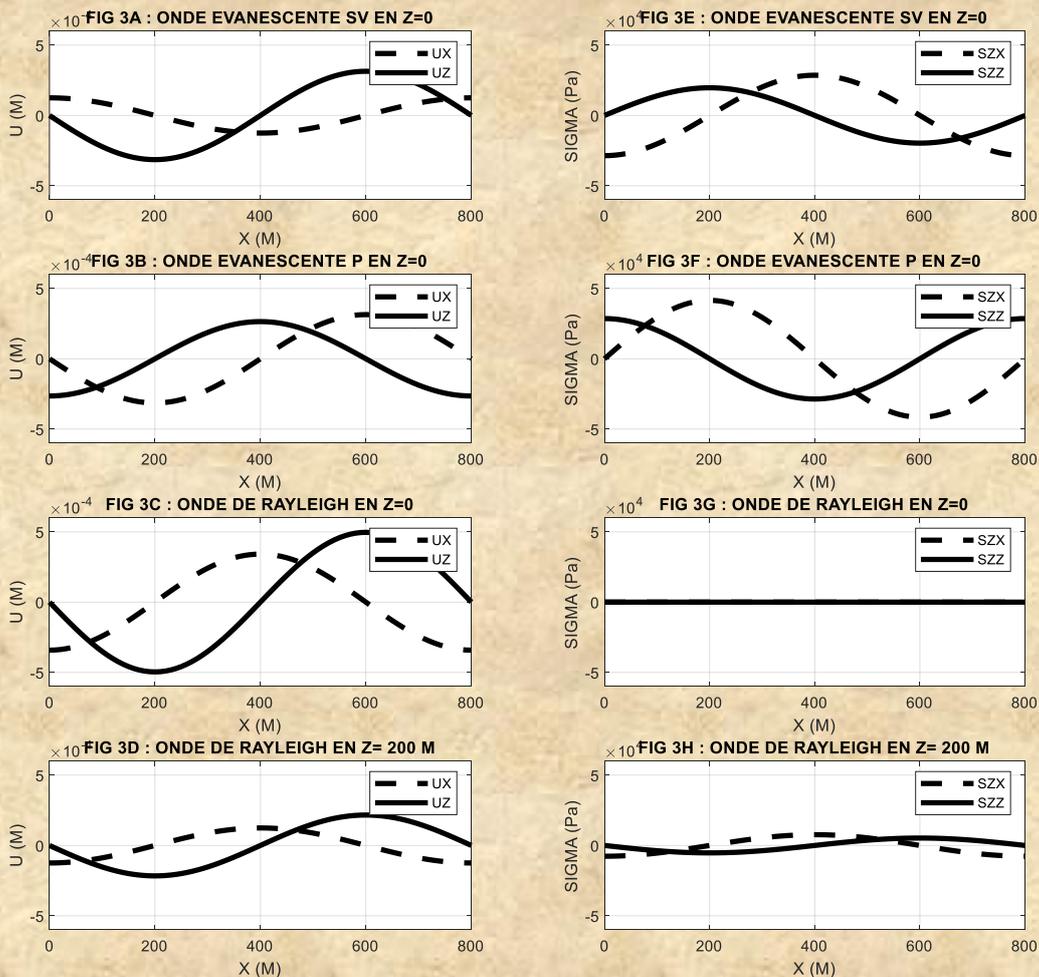
11) Déterminer la vitesse de propagation V_R de l'onde de Rayleigh à partir de la longueur d'onde observée sur la figure 3C (800 m) et de la fréquence $f = 2.29$ Hz.

12) Vérifier que les ondes P et SV de paramètre $p = 1/V_R$ sont bien évanescentes.

13) Sur la figure 3C, on observe un déphasage de $\pi/2$ entre les composantes u_x et u_z du déplacement des particules de l'onde de Rayleigh.

Représenter dans le plan (x,z) la trajectoire d'une particule en $z = 0$ au passage de l'onde.

14) Sur la figure 3D, on observe que le déplacement des particules de l'onde de Rayleigh à la profondeur $z = 200$ m a la même phase que celui en $z = 0$ mais que son amplitude est plus faible. Pourquoi ?



- 1) 1H car $\sigma_{xz} = \sigma_{zz} = 0$ sur surface libre
- 2) $\lambda_{ax} = \lambda/\sin\eta = V_S/f/\sin\eta$, $\eta = 14.5^\circ$
- 3) λ_{ax} des ondes réfléchies = λ_{ax} de l'onde incidente
- 4) $U_z/U_x = \tan\eta = .26$
- 5) $u_z = ik_x \psi_y$ donc $u_z^R/u_z^I = R$ qui est donc <0
 $u_x = \pm ik_z \psi_y$ donc $u_x^R/u_x^I = -R$
- 6) $\sin(\eta_c) = V_S/V_P$, $\eta_c = 36^\circ$
- 7) $k_z = i\omega(p_2 V_P^2 - 1)^{1/2}/V_P$
- 8) u_z de SV réfléchi a son max en $x = 530$, de SV incident en $x = 600$.
 $\chi_\Psi = (600-530)/800*360 = 31^\circ$
 u_z de P réfléchi a son max en $x = 370$. $\chi_\Psi = (600-370)/800*360 = 103^\circ$
- 9) Deux ondes évanescentes P (amplitude Φ) et SV (amplitude Ψ) peuvent se propager simultanément le long de la surface libre à la même vitesse $V_R < V_S$ si les contraintes σ_{zz} et σ_{zx} résultantes s'y annulent. L'annulation du déterminant D du système de deux équations homogènes donne V_R . Φ/Ψ est donné par $\sigma_{zz} = 0$ ou $\sigma_{zx} = 0$ (même équation quand $D = 0$).
- 10) 3G car les contraintes à la surface sont nulles.
- 11) $\lambda_R = 2\pi/k_x = 2\pi/\omega p = V_R/f$. $V_R = 1832$ m/s.
- 12) $V_R < 2000$ m/s.
- 13) Ellipse rétrograde d'axe U_x, U_z
- 14) L'onde n'est pas propagative en z : phase inchangée en z. L'amplitude des ondes évanescentes décroît exponentiellement en z.