1A EOST
Ondes sismiques
Contrôle final 10 mai 2019 14h – 16h (sans document)

PARTIE COURS

Soit un milieu élastique isotrope (x, z) composé de deux demi-espaces en contact par une interface plane située en z = 0.
La vitesse de propagation des ondes S dans le milieu 1 (x, z < 0) est V_1 = 1000 m/s, celle dans le milieu 2 (x, z > 0) est V_2 = 2000 m/s.
Les masses volumiques sont $\rho_1 = 2000$ kg/m^3 , $\rho_2 = 2500$ kg/m^3.

I) On s'intéresse à la réflexion d'une onde SH harmonique de fréquence f à l'interface z = 0.
L'angle d'incidence (angle entre le rayon et la verticale) est η_1 dans le milieu 1, η_2 dans le milieu 2.
Le déplacement des particules de l'onde SH incidente dans le milieu 1 s'écrit
$u_y(x,z,t) = U \exp(ik_z z) \exp(i(k_x x-\omega t))$ où $k_z = \omega\cos\eta_1/ V_1$ et $\omega = 2\pi f$

1) Ecrire l'expression de k_x en fonction de ω, η_1 et V_1 pour l'onde incidente.

2) Pourquoi k_x a-t-il la même valeur pour les ondes incidente, réfléchie et transmise ?

3) Ecrire l'expression de k_z pour l'onde réfléchie en fonction de ω, η_1 et V_1.

4) Donner l'expression de l'incidence critique η_c en fonction de V_1 et V_2 et sa valeur numérique.

5) Ecrire l'expression de k_z pour l'onde transmise dans le cas où $\eta_1 < \eta_c$ en fonction de ω, η_2 et V_2

En prenant pour les amplitudes du déplacement des particules les valeurs U = 1 (incidente), R (réfléchie), T (transmise), écrire les conditions de continuités à l'interface z = 0 pour :
6) le déplacement des particules
7) la contrainte σ_{yz}

8) En déduire que $R = (I_1-I_2)/(I_1+I_2)$ où $I = \rho V\cos\eta$.
Calculer les valeurs numériques de R pour $\eta_1 = 0$ et $\eta_1 = 20°$

II) On considère maintenant que $\eta_1 > \eta_c$

9) Ecrire l'expression de k_z pour l'onde évanescente dans le milieu 2 en fonction de ω, p et V_2 où p est le paramètre de l'onde incidente

10) Montrer que dans ce cas $R = \exp(i\chi(p))$ sans expliciter l'expression de $\chi(p)$

11) Montrer que dans ce cas la somme des ondes incidente et réfléchie dans le milieu 1 est une onde progressive en x et stationnaire en z.

12) Montrer que le ventre de vibration le plus proche de l'interface se trouve à la distance de l'interface $z_1(p) = \chi(p)V_1/(2\omega\cos\eta_1)$

13) Calculer cette distance pour $\eta_1 = 60°$ et f = 10 Hz sachant que $\chi(p) = -\pi/2$ à cette valeur de p.

14) Ecrire la condition d'interférence constructive pour des ondes harmoniques SH totalement réfléchies dans une couche de vitesse V_1 et épaisseur h sur un demi-espace de vitesse V_2 , la surface de la couche étant libre et le déphasage à la réflexion sur l'interface étant $\chi(p)$.

15) Ecrire la relation de dispersion $\omega(p)$ donnant la vitesse de phase d'une onde de Love guidée dans une couche de vitesse V_1 et épaisseur h sur un demi-espace de vitesse V_2

16) Représenter la vitesse de phase du mode fondamental de l'onde de Love en fonction de la fréquence.

III) Dans un milieu homogène anisotrope à axe de symétrie vertical (cas de l'isotropie transverse), les contraintes de cisaillement s'écrivent : $\sigma_{yz}= 2a\ \varepsilon_{yz}$, $\sigma_{yx}= 2b\ \varepsilon_{yx}$ avec $a \neq b$.

18) Déterminer la vitesse de propagation $V(\eta)$ d'une onde SH se propageant avec un angle d'incidence η par rapport à la verticale en fonction de a, b, η et ρ

1) $k_x = \omega \sin\eta_1 / V_1$

2) mêmes longueurs d'ondes apparentes sur l'interface par continuité

3) $k_z = -\omega \cos\eta_1 / V_1$

4) $\sin\eta_c = V_1/V_2$, $\eta_c = 30°$

5) $k_z = \omega \cos\eta_2 / V_2$

6) $1+R = T$

7) $\rho_1 V_1 \cos\eta_1 (1-R) = \rho_2 V_2 \cos\eta_2 \, T$

8) $R(0°) = -0.43$, $R(20°) = -0.32$

9) $k_z = i\omega(p^2V_2^2-1)^{½}/V_2$ avec $p = \sin\eta_1/ V_1 > 1/V_2$

10) $R = (\rho_1 V_1 \cos\eta_1 - i\rho_2 V_2 (p^2V_2^2-1)^{½}) / (\rho_1 V_1 \cos\eta_1 + i\rho_2 V_2 (p^2V_2^2-1)^{½}) = (a-ib)/(a+ib) = \exp(i\chi(p))$

11) $(\exp(ik_z z) + \exp(i(-k_z z+\chi))) \exp(i(k_x x-\omega t)) =$
$\exp(i\chi/2) (\exp(i(k_z z-\chi/2)) + \exp(-i(k_z z-\chi/2))) \exp(i(k_x x-\omega t)) =$
$\exp(i\chi/2) \; 2\cos(k_z z-\chi/2) \; \exp(i(k_x x-\omega t))$

12) $k_z z_1 - \chi(p)/2 = 0$ avec $k_z = \omega \cos\eta_1 / V_1$

13) 25 m

14) $2k_z h + \chi(p) = 2n\pi$ avec $k_z = \omega \cos\eta_1 / V_1$

15) $\omega(p) = (n\pi - \chi(p)/2) V_1 / (h (1-p^2V_1^2)^{½})$ avec $p = 1/V_L$

16)