

1A EOST
Ondes sismiques
Contrôle final 26 avril 22 8h – 10h (sans document)

PARTIE COURS

Soit une interface plane $z = 0$ entre un milieu liquide ($z < 0$, ρ_0, V_0) et un milieu élastique ($z > 0$, ρ_1, V_1, V_S) où ρ_0 et ρ_1 sont les masses volumiques, V_0 et V_1 les vitesses de propagation des ondes P, V_S celle des ondes S. On considère la réflexion-transmission des ondes planes harmoniques se propageant dans le plan (x, z) . On prend $V_0 = 1500$ m/s, $\rho_0 = 1000$ kg/m³, $V_1 = 2000$ m/s, $V_S = 1000$ m/s, $\rho_1 = 1600$ kg/m³.

La figure 1 montre les rayons incident, réfléchis et transmis et la longueur d'onde apparente horizontale de l'onde incidente dans le cas où l'angle d'incidence dans l'eau est $\theta_0 = 30^\circ$.

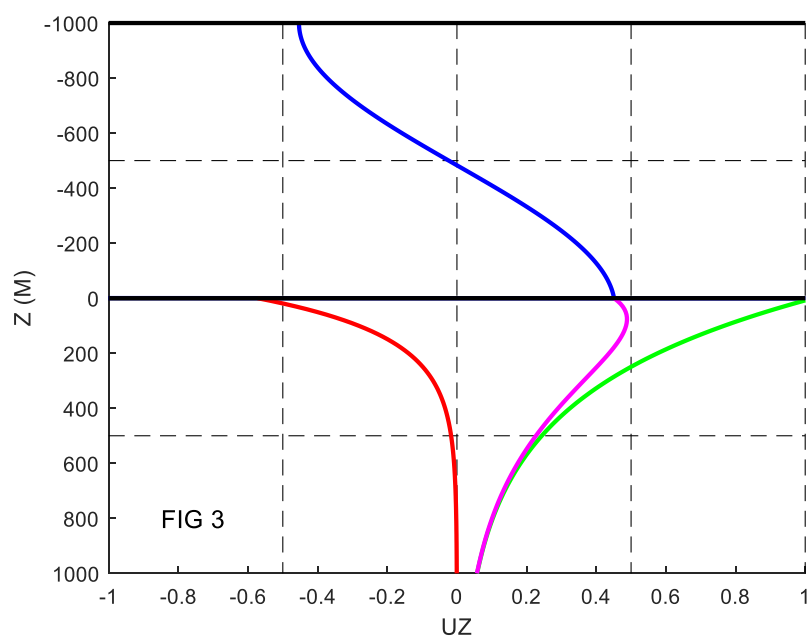
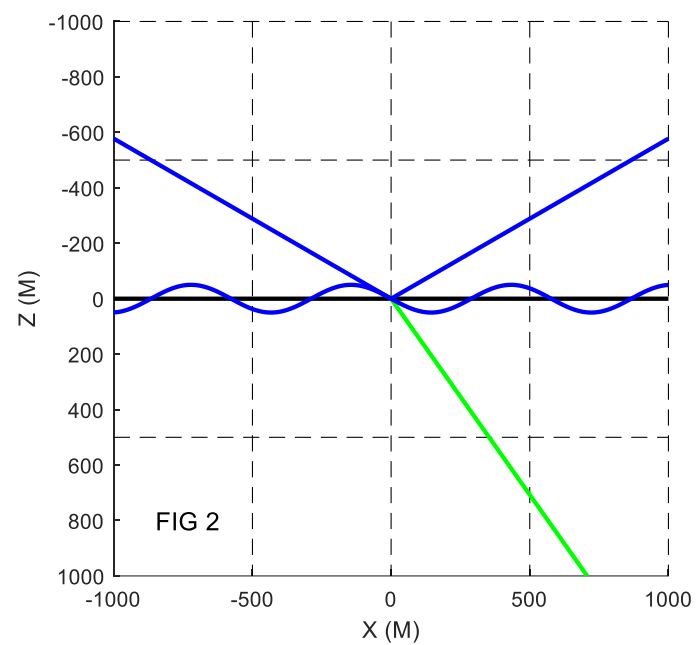
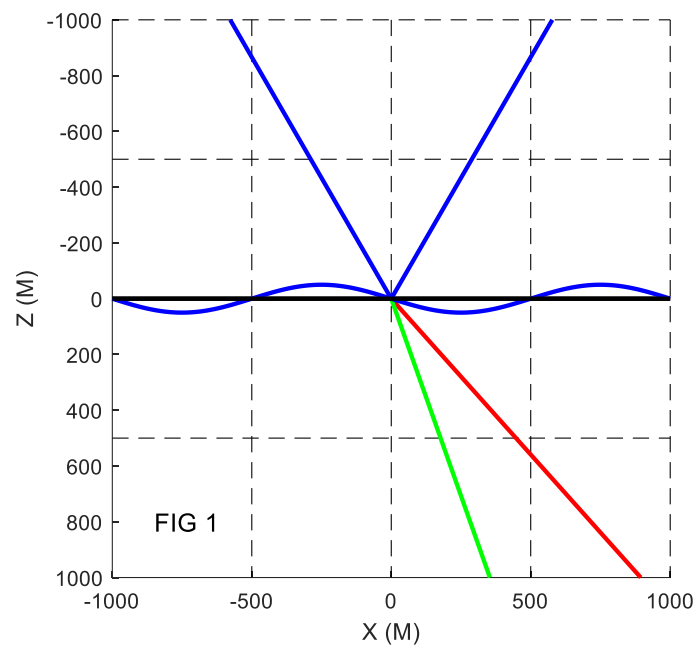
- 1) Vérifier que le paramètre $p = 3.3 \cdot 10^{-4}$ s/m.
- 2) La longueur d'onde apparente horizontale de l'onde incidente est $\lambda_{ax} = 1000$ m.
Quelle est la fréquence f_0 ?
- 3) Quelle est la longueur d'onde apparente horizontale des ondes réfléchies et transmises ?
- 4) Les équations de continuité sur l'interface liquide-solide s'écrivent sous la forme $\mathbf{AR} = \mathbf{B}$ où $\mathbf{A}$ est une matrice (3,3), $\mathbf{R}$ le vecteur des coefficients de réflexion-transmission [R_ϕ T_ϕ T_ψ] et $\mathbf{B}$ le vecteur des composantes de l'onde incidente qui interviennent dans les conditions de continuité. Une de ces conditions est la continuité de la composante verticale u_z du déplacement.
Quelles sont les deux autres ?
- 5) Les valeurs des coefficients de réflexion - transmission calculées pour les potentiels de déplacement des ondes (ϕ pour les ondes P, ψ pour les ondes SV) sont : $R_\phi = .3$, $T_\phi = .8$, $T_\psi = .3$.
Vérifier que la condition de continuité sur la composante u_z du déplacement est remplie.
Rappel : $u_z = \partial\phi/\partial z = (\pm \cos\theta/V)(i\omega\phi)$ pour les ondes P, $u_z = \partial\psi/\partial x = p(i\omega\psi)$ pour les ondes SV

Pour la figure 2 l'angle d'incidence dans l'eau est $\theta_0 = 60^\circ$. Le paramètre $p = 5.8 \cdot 10^{-4}$ s/m.

- 6) Pourquoi il n'y a qu'une seule onde transmise ? Laquelle est-ce ? Que devient l'autre onde ?
- 7) Les valeurs des coefficients de réflexion - transmission sont :
 $R_\phi = -.24-.16i$, $T_\phi = .06-.48i$, $T_\psi = .48+.06i$.
Vérifier que la condition de continuité sur la composante verticale u_z du déplacement est remplie.

On prend maintenant $V_1 = 3000$ m/s, $V_S = 1700$ m/s, $\rho_1 = 2200$ kg/m³ et $\theta_0 = 70^\circ$, $p = 6.26 \cdot 10^{-4}$ s/m.

- 8) Pour ces valeurs $R_\phi = e^{i\chi}$ où $\chi = -2.9$ radians. Ecrire la condition d'interférence constructive pour une onde guidée dans une couche d'eau d'épaisseur h_0 en prenant en compte la somme du déphasage χ à la réflexion sur l'interface et du déphasage π sur la surface libre de la couche d'eau (coefficient de réflexion du potentiel de déplacement sur la surface libre = -1).
Rappel : interférence constructive si (déphase aller-retour + déphasage à la réflexion) = $2n\pi$
- 9) On prend $h_0 = 1000$ m. Déterminer la fréquence f_1 du mode fondamental ($n = 1$) de cette onde guidée se propageant à la vitesse $V_G = 1/p = 1597$ m/s.
- 10) La figure 3 représente l'amplitude de la composante u_z du déplacement pour l'onde guidée dans ce cas. La condition à la surface libre $z = -1000$ m est-elle remplie ? et sur l'interface en $z = 0$?



- 1) $p = \sin\theta_0 / V_0$
- 2) $\lambda_{ax} = \lambda / \sin\theta_0 = V_0 / (f_0 \sin\theta_0) = 1 / (p f_0)$, $f_0 = 1 / (p \lambda_{ax}) = 3 \text{ Hz}$
- 3) La même que celle de l'onde incidente (loi de Snell)
- 4) Continuité de σ_{zz} et σ_{zx} sur l'interface.
Comme $\sigma_{zx} = 0$ dans l'eau, $\sigma_{zx}(\text{transmis P}) + \sigma_{zx}(\text{transmis SV}) = 0$ sur l'interface.
- 5) $(1 - R_\phi) \cos\theta_0 / V_0 = T_\phi \cos\theta_1 / V_1 + p T_\psi = .4 \cdot 10^{-3}$ avec $\theta_1 = \text{asin}(p V_1) = 41.8^\circ$
- 6) $\theta_{0c} = \text{asin}(V_0 / V_1) = 48.6^\circ$, $\theta_0 > \theta_{0c}$ donc P évanescence dans le milieu solide. Seule SV est transmise.
- 7) $(1 - R_\phi) \cos\theta_0 / V_0 = T_\phi i(p^2 V_1^2 - 1)^{1/2} / V_1 + p T_\psi$
partie réelle : $1.24 \cos\theta_0 / V_0 = .48(p^2 V_1^2 - 1)^{1/2} / V_1 + .48p = 4.15 \cdot 10^{-4}$
partie imaginaire : $.16 \cos\theta_0 / V_0 = .06(p^2 V_1^2 - 1)^{1/2} / V_1 + .06 T_\psi = 5.4 \cdot 10^{-5}$
- 8) $2k_{z0}h_0 + (\chi + \pi) = 2n\pi$ avec $k_{z0} = 2\pi f_n \cos\theta_0 / V_0$
- 9) $f_1 = (\pi - \chi) V_0 / \cos\theta_0 / 4 / \pi = 2.1 \text{ Hz}$
- 10) Oui, on a un ventre de déplacement sur la surface libre.
Oui, la somme (courbe violette) de l'amplitude de l'onde évanescence P et de l'onde évanescence S est égale à l'amplitude de l'onde guidée dans la couche en $z = 0$